

11. **Rigbers K.** High-efficient Soft-Switching Converter for Three-Phase Grid Connections of Renewable Energy Systems / **K. Rigbers, P. Lurkens, M. Wendt and other** // Power Electronics and Drives Systems Conference (IEEE PEDS 2005), February 2006. – pp.246-250.
12. **Shi L.** The Bi-directional Three-Phase PWM Rectifier Inverter for Electric Vehicle Charging Station / **Lei Shi, Haiping Xu, Dongxu Li, Zuzhi Zhang, Yuchen Han and Zengquan Yuan** // Journal of Energy and Power Engineering. – 2013. – No. 7. – pp.1370-1376.
13. **Uemura H.** System-level optimization of three-phase three-level T-type UPS system: dissertation for the degree of Doctor of Sciences / ETH.- Zurich, 2015.- 168 p.
14. ГОСТ 13109-97. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения.- М.: Издательство стандартов, 1999.- 31 с.
15. **Yang J.-Z.** A precise calculation of power system frequency and phasor / **J.-Z. Yang, C.-W. Liu** // IEEE Transactions on Power Delivery. - April 2000. - Vol. 15, no 2. - P. 494-499.
Рукопис подано до редакції 05.04.2017
УДК 622.235: 622.271

А.А. СКАЧКОВ, гірничий інженер, начальник департаменту технологій і планування виробництва ГДД, ООО «МЕТІНВЕСТ ХОЛДИНГ»

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВИБУХОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ УСТУПУ

У статті аналізуються умови, за яких вибухове руйнування кристалічних порід здійснюється за допомогою взаємодіючих свердловинних зарядів бризантних вибухових речовин. При цьому враховується суперпозиція пружних хвиль, випромінених від різних рядів свердловин та відображених від поверхонь уступу.

Мета. Головна мета дослідження – визначити основні, найбільш суттєві фактори, що впливають на властивості порід і складених ними масивів, конкретно – на поширення в них акустичних хвиль. Мета ця присвячена вирішенню нагальної проблеми скорочення питомого споживання вибухових речовин для дроблення породи шляхом зміни порядку виконання технологічних операцій і параметрів свердловинних зарядів з урахуванням анізотропії порід, що підриваються.

Методи досліджень полягають в аналізі геологічних даних по залізородних родовищах Кривбасу, проектної документації, виробничих даних гірничих підприємств і кар'єрів, наукових публікацій та їх подальшому синтезу й формулюванні розроблених положень у відповідності до надійно апробованих методів.

Наукова новизна полягає у виконанні дослідження хвильових процесів в породному масиві відомими способами, але відповідно до сформованої методичної послідовності та структурної алгоритмізації, цільова орієнтація яких конкретно відповідає поставленим цілям.

Практичне значення виконаного аналізу полягає в підтвердженні придатності аналізованих методів для вирішення інженерних і прикладних задач досліджень у викладеній постановці.

Результати. Виконаний аналіз хвильових процесів в пружному середовищі, яке представлене скельним субстратом, підтвердив, що для вирішення задач управління суперпозицією (взаємодією) хвиль в цьому середовищі цілком можна застосувати випробувані методи. Отримані результати підтверджують доцільність прийнятої схеми й алгоритму обчислювальних операцій для умов дроблення скельного субстрату свердловинними зарядами.

Оригінальність полягає в тому, щоб визначити комплексний підхід до вирішення поставленого завдання і ряд пріоритетних технічних рішень.

Висновки. Подальший розвиток і застосування результатів досліджень забезпечить значне зниження собівартості залізородної продукції за рахунок підвищення ефективності буропідривноїх робіт в кар'єрі.

Постановка проблеми. Наукові дослідження та виробнича практика буро-вибухових робіт (БВР) в кар'єрах свідчать про те, що уступ порід найбільш нерівномірно руйнується в зоні, прилеглий до укосу, в результаті чого утворюється гірнича маса з найбільш неоднорідною кускуватістю [1-3]. Винятково складний напружено-деформований стан масиву в цій частині при взаємодії свердловинних зарядів між собою та породними оголеннями є однією з найбільш складних задач теорії вибухового руйнування скельних масивів, тому пошук шляхів її вирішення є вельми актуальним [2], так як сприяє вирішенню проблеми підвищення ефективності БВР.

Аналіз досліджень щодо вибухового руйнування кристалічних масивів [3-4] підтверджує, що одним з *найменш вивчених* є нерівномірний вплив на формування вибухом навантаження крайової частини уступу, оптимізувати що є можливим при цілеспрямованому використанні ефектів розвитку динамічної зони руйнування, створюваної силовими полями взаємодіючих зарядів ВР приконтурних рядів [4-5]. У зв'язку з цим в дослідження закладалася ідея

можливості цільового використання динамічних ефектів та прояву суперпозиції пружних хвиль при вибуху серій зарядів у групах в крайніх рядах свердловин.

Викладення матеріалу досліджень. Процес розповсюдження хвиль у тривимірному просторі описується хвильовим рівнянням [6]

$$a^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + f(x, y, z, t) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad (1)$$

де $\varphi = \varphi(x, y, z, t)$ – потенціал швидкості, м²/с; $f(x, y, z, t)$ – функція, яка задає потужність джерел хвиль, м²/с³; a – швидкісний параметр, м/с; (x, y, z) – Декартові координати точки; t – час, с.

Потенціал швидкості φ дозволяє обчислити швидкість руху середовища згідно формули

$$\vec{v} = \text{grad}(\varphi), \quad (2)$$

де \vec{v} – вектор швидкості, м/с; $\text{grad}(\varphi)$ – градієнт функції.

Відповідно до формули (2) швидкість визначається вектором, компонентами якого є частинні похідні від потенціалу по Декартовим координатам

$$\vec{v} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right). \quad (3)$$

Сама величина швидкості визначається так

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2}. \quad (4)$$

Враховуючи, що рішення задач розповсюдження хвиль зводиться до розв'язання диференціального рівняння в частинних похідних (1), необхідно завдання додаткових умов. Відомо, що ці умови діляться на початкові і граничні [7]. Початкові умови зводяться до завдання у визначений момент часу розподілу потенціалу в заданій області. Подальший рух визначається граничними умовами. У розглянутій задачі гранична умова задається на твердій нерухомій межі як умова непроникності і визначається рівністю нулю похідної в напрямку нормалі до межі $\partial\varphi/\partial n$.

Рівняння (1) є диференціальним рівнянням другого порядку у частинних похідних гіперболічного типу. Враховуючи, що мають місце нульові початкові умови, розв'язок цього рівняння у тривимірному просторі записується у вигляді [8]

$$\varphi(M, t) = \frac{1}{4\pi \cdot a^2} \iiint_{D_M^{a \cdot t}} \frac{f\left(P, t - \frac{r}{a}\right)}{r} d\xi d\eta d\zeta, \quad (5)$$

де r – відстань від точки $M(x, y, z)$ до змінної точки інтегрування $P(\xi, \eta, \zeta)$, тобто

$r = r_{MP} = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$, $(-\infty < x, y, z < \infty, t > 0)$, $D_M^{a \cdot t}$ – тіло, обмежене сферою

$S_M^{a \cdot t} : (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 = a^2 t^2$. Якщо зовнішнє джерело потужністю $f(M, t)$ задане тільки в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$, де має місце залежність від часу $\psi(t)$, то у цьому випадку $f(M, t) = \psi(t) \cdot \delta(M, M_0)$ і хвильове рівняння набуває вигляду

$$a^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + \psi(t) \cdot \delta(M, M_0) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \text{ де } \delta(M, M_0) = \begin{cases} = \infty, M = M_0 \\ = 0, M \neq M_0 \end{cases} \text{ – дельта-функція [8, 9].}$$

Розв'язання цього рівняння, яке задовольняє нульовим початковим умовам, можна записати згідно формули (5), у вигляді

$$\varphi(M, t) = \frac{1}{4\pi \cdot a^2} \iiint_{D_M^{a \cdot t}} \frac{\psi\left(t - \frac{r}{a}\right) \cdot \delta(P, M_0)}{r} d\xi d\eta d\zeta.$$

Застосовуючи основну властивість дельта-функції $\iiint_D \varphi(P) \delta(P, M_0) dv = \begin{cases} 0, M_0 \in D \\ \varphi(M_0), M_0 \in D \end{cases}$,

отримуємо

$$\varphi(M, t) = \frac{1}{4\pi \cdot a^2 r_{MM_0}} \psi \left(t - \frac{r_{MM_0}}{a} \right) \cdot \eta \left(t - \frac{r_{MM_0}}{a} \right), \quad (6)$$

де $r_{MM_0} = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$, $\eta(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ 1, t \geq 0 \end{cases}$ – одинична функція [9].

Формула (6) описує розповсюдження хвиль від точкового джерела, розташованого у необмеженому тривимірному просторі. Якщо має місце дія вибуху впродовж деякого заданого часу, тобто $\psi(t) = Q \cdot (\eta(t) - \eta(t + \Delta t))$, де Q – параметр, пов'язаний з інтенсивністю заряду, m^5/c^3 ; Δt – проміжок дії вибуху, c , то формула (6) набуває вигляду

$$\varphi(M, t) = \frac{Q}{4\pi \cdot a^2 r_{MM_0}} \left(\eta \left(t - \frac{r_{MM_0}}{a} \right) - \eta \left(t + \Delta t - \frac{r_{MM_0}}{a} \right) \right). \quad (7)$$

Подальшим кроком в математичному моделюванні дії одиночного вибуху є врахування виникнення хвиль розрідження, відбитих від поверхонь, відносно яких розташовано заряд.

Для математичного моделювання процесу вибуху, більш наближеного до практики, доцільно скористатися геометричними методами із застосуванням аналітичної геометрії [10]. Згідно цих методів розглядаються хвилі, які виникають при вибуху, і які потім додаються одна до одної, що дозволяє врахувати їх суперпозицію.

На рис. 1а зображено уступ у кар'єрі, в свердловині якого розташовано відповідним способом ВР. Для математичного моделювання такої схеми підривання, спочатку необхідно геометричним методом задати систему координат, яку представлено на рис. 1б.

Координати кінців лінійного заряду мають, відповідно, значення $(x_1, y_{1n}, 0)$, $(x_1, y_{1b}, 0)$.

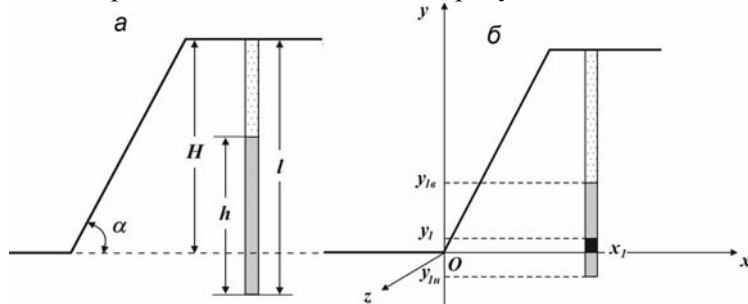


Рис. 1. Розташування ВР в свердловині: a – уступу кар'єра (H – висота уступу, l – глибина свердловини, h – довжина заряду ВР); b – з уведеною системою координат

На першому етапі математичного моделювання вибуху доцільно розглянути лінійний заряд як точковий з

відповідними координатами $M_1(x_1, y_1, 0)$, де $y_1 = \frac{y_{1n} + y_{1b}}{2}$. Розташування такого заряду виділено на рис. 1б чорним кольором.

Задача математичного моделювання динаміки вибуху одиночного заряду розв'язується методами геометричної оптики без рахування дифракції хвиль. Згідно цьому вибухова хвиля розповсюджується вздовж променів, її фронт – перпендикулярний цим променям. Оскільки дифракція не враховується, фронт хвилі не перетинає перешкоди. При відбиванні енергія не втрачається, вона рівномірно розподіляється по фронту хвилі.

У випадку точкового джерела, розташованого у безмежному тривимірному просторі, фронт вибухової хвилі уявляє собою сферу, яка задається рівнянням

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2 = (a \cdot t)^2, \quad (8)$$

де $M_0(x_0, y_0, z_0)$, – точка розташування джерела хвилі, a – швидкість хвилі, m/c ; t – час, c .

Якщо мають місце відбивання, то фронт хвилі складається з частин сфери (8). При відбиванні фронт хвилі не виникає і не зникає. Також припускається, що хвиля розрідження від реального джерела є еквівалентною прямій хвилі від фіктивного джерела, розташованого симетрично відносно поверхні відбивання. У зв'язку з цим, необхідно знайти координати точок, симетричних відносно заданих поверхонь, в яких будуть фіктивні заряди. Знайдемо координати точки $M'_0(x'_0, y'_0, z'_0)$, симетричної точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ відносно площини, що задається рівнянням

$$\pi: Ax + By + Cz + D = 0. \quad (9)$$

Запишемо рівняння прямої лінії, яка проходить через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$, перпендикулярно до площини (9) $\frac{x-x_0}{A} = \frac{y-y_0}{B} = \frac{z-z_0}{C}$, або у параметричному вигляді

$$\begin{cases} x = x_0 + A \cdot t \\ y = y_0 + B \cdot t \\ z = z_0 + C \cdot t \end{cases} \quad (10)$$

Далі знаходимо координати точки перетину прямої з площиною, для чого підставляємо (10) у (9): $A(x_0 + A \cdot t) + B(y_0 + B \cdot t) + C(z_0 + C \cdot t) + D = 0$, звідки знаходимо

$$t = -\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2}. \quad (11)$$

Підставляючи (11) у (10), знаходимо координати точки $N(x', y', z')$ перетину прямої (10) і площини (9)

$$x' = x_0 - \frac{A(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2}, \quad y' = y_0 - \frac{B(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2}, \quad z' = z_0 - \frac{C(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2}. \quad (12)$$

Враховуючи, що точка $N(x', y', z')$ знаходиться посередині між точками $M_0(x_0, y_0, z_0)$, і $M'_0(x'_0, y'_0, z'_0)$, мають місце рівності $x' = \frac{x_0 + x'_0}{2}$, $y' = \frac{y_0 + y'_0}{2}$, $z' = \frac{z_0 + z'_0}{2}$.

Із останніх рівностей з урахуванням (12) знаходимо координати шуканої точки

$$x' = x_0 - \frac{2A(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2}, \quad y' = y_0 - \frac{2B(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2}, \quad z' = z_0 - \frac{2C(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D)}{A^2 + B^2 + C^2}.$$

При дослідженні руху вибухових хвиль певна увага приділяється їх суперпозиції, оскільки в таких випадках може мати місце посилення їх дії. Аналіз руху вибухових хвиль розрідження показує, що для них можлива така суперпозиція. Більш того, користуючись рівняннями фронтів цих хвиль, можливо знайти координати точок, де буде відбуватися суперпозиція хвиль. Дійсно, нехай fronti двох вибухових хвиль розрідження задаються рівняннями

$$\begin{cases} (x-x'_1)^2 + (y-y'_1)^2 + z^2 = (a \cdot t)^2, \\ (x-x''_1)^2 + (y-y''_1)^2 + z^2 = (a \cdot t)^2, \end{cases} \quad (13)$$

де $M'_1(x'_1, y'_1, 0)$, $M''_1(x''_1, y''_1, 0)$ – точки, в яких знаходяться фіктивні джерела хвиль відносно джерела хвиль, розташованого в точці $M_1(x_1, y_1, 0)$.

Для розв'язання системи рівнянь (13) зробимо заміну змінних

$$\hat{x} = x - x'_1, \quad \hat{y} = y - y'_1, \quad \Delta_x = x''_1 - x'_1, \quad \Delta_y = y''_1 - y'_1. \quad (14)$$

Тоді система рівнянь (13) набуде вигляду

$$\begin{cases} \hat{x}^2 + \hat{y}^2 + z^2 = (a \cdot t)^2, \\ (\hat{x} + \Delta_x)^2 + (\hat{y} + \Delta_y)^2 + z^2 = (a \cdot t)^2. \end{cases} \quad (15)$$

Розкриваємо дужки у другому рівнянні, що дає $\hat{x}^2 + 2\Delta_x \hat{x} + \Delta_x^2 + \hat{y}^2 + 2\Delta_y \hat{y} + \Delta_y^2 + z^2 = (a \cdot t)^2$.

Враховуючи перше рівняння, з останнього рівняння маємо $2\Delta_x \cdot \hat{x} + \Delta_x^2 + 2\Delta_y \cdot \hat{y} + \Delta_y^2 = 0$.

З останнього рівняння знаходимо

$$\hat{y} = -\frac{\Delta_x}{\Delta_y} \hat{x} - \frac{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}{2\Delta_y}. \quad (16)$$

Підставляючи (16) в перше рівняння (15), отримуємо $\hat{x}^2 + \left(\frac{\Delta_x}{\Delta_y} \hat{x} + \frac{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}{2\Delta_y} \right)^2 + z^2 = (a \cdot t)^2$.

Останнє рівняння є квадратним і зводиться до вигляду

$$\left(1 + \frac{\Delta_x^2}{\Delta_y^2} \right) \cdot \hat{x}^2 + \left(1 + \frac{\Delta_x^2}{\Delta_y^2} \right) \Delta_x \cdot \hat{x} + \left(\frac{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}{2\Delta_y} \right)^2 + z^2 - (a \cdot t)^2 = 0.$$

Розв'язуючи це рівняння, враховуючи, що в нашому випадку доцільно прийняти $z=0$, знаходимо

$$\hat{x} = -\frac{\Delta_x}{2} + \Delta_y \cdot \sqrt{\frac{(a \cdot t)^2}{\Delta_x^2 + \Delta_y^2} - \frac{1}{4}}, \text{ або } x(t) - x'_1 = -\frac{\Delta_x}{2} + \Delta_y \cdot \sqrt{\left(\frac{(a \cdot t)^2}{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}\right)^2 - \frac{1}{4}}. \quad (17)$$

Підставляючи (17) в формулу (16), знаходимо

$$\hat{y} = -\frac{\Delta_y}{2} + \Delta_x \cdot \sqrt{\frac{(a \cdot t)^2}{\Delta_x^2 + \Delta_y^2} - \frac{1}{4}}, \text{ або } y(t) - y'_1 = -\frac{\Delta_y}{2} + \Delta_x \cdot \sqrt{\left(\frac{(a \cdot t)^2}{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}\right)^2 - \frac{1}{4}}. \quad (18)$$

Формули (17) і (18) доцільно представити у безрозмірному вигляді

$$\tilde{x} = -\frac{1}{2} \cos \beta + \sin \beta \cdot \sqrt{\theta^2 - \frac{1}{4}}, \quad \tilde{y} = -\frac{1}{2} \sin \beta - \cos \beta \cdot \sqrt{\theta^2 - \frac{1}{4}}, \quad (19)$$

де $\tilde{x} = \frac{x - x'_1}{\sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}}, \quad \tilde{y} = \frac{y - y'_1}{\sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}}, \quad \theta = \frac{t}{\Delta_t}, \quad \beta = \arctg \frac{\Delta_y}{\Delta_x}, \quad \Delta_t = \frac{\sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}}{a}.$

Отримані формули дозволяють обчислити значення потенціалу швидкості вибухових хвиль.

Підставляючи (17) і (18) в формулу (7), знаходимо

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi \cdot a^2} \left(\frac{1}{\sqrt{(x - x'_1)^2 + (y - y'_1)^2 + z^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x - x''_1)^2 + (y - y''_1)^2 + z^2}} \right).$$

Тоді координати швидкості руху точки перетину двох хвиль знаходяться згідно формули (3), що дає

$$v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{Q}{4\pi \cdot a^2} \left(\frac{x - x'}{\left(\left(x - x'_1\right)^2 + \left(y - y'_1\right)^2 + z^2\right)^{1.5}} + \frac{x - x''}{\left(\left(x - x''_1\right)^2 + \left(y - y''_1\right)^2 + z^2\right)^{1.5}} \right),$$

$$v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{Q}{4\pi \cdot a^2} \left(\frac{y - y'}{\left(\left(x - x'_1\right)^2 + \left(y - y'_1\right)^2 + z^2\right)^{1.5}} + \frac{y - y''}{\left(\left(x - x''_1\right)^2 + \left(y - y''_1\right)^2 + z^2\right)^{1.5}} \right),$$

$$v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{Q}{4\pi \cdot a^2} \left(\frac{1}{\left(\left(x - x'_1\right)^2 + \left(y - y'_1\right)^2 + z^2\right)^{1.5}} + \frac{1}{\left(\left(x - x''_1\right)^2 + \left(y - y''_1\right)^2 + z^2\right)^{1.5}} \right).$$

Якщо скористатися формулами (19) і врахувати, що $z=0$, координати вектора швидкості в безрозмірному вигляді представляються так

$$\tilde{v}_x = \frac{-\cos \beta + \sin \beta \sqrt{4\theta^2 - 1}}{\theta^3} + \frac{\cos \beta + \sin \beta \sqrt{4\theta^2 - 1}}{(\theta^2 + 1)^{1.5}}, \quad (20)$$

$$\tilde{v}_y = \frac{-\sin \beta - \cos \beta \sqrt{4\theta^2 - 1}}{\theta^3} + \frac{\sin \beta - \cos \beta \sqrt{4\theta^2 - 1}}{(\theta^2 + 1)^{1.5}}, \quad \tilde{v}_z = 0, \quad \text{де } \tilde{v}_x = \frac{8\pi \cdot a^2 (\Delta_x^2 + \Delta_y^2)}{Q} v_x, \quad \tilde{v}_y = \frac{8\pi \cdot a^2 (\Delta_x^2 + \Delta_y^2)}{Q} v_y. \quad (21)$$

Модуль безрозмірної швидкості знаходиться згідно формули (4), що з застосуванням (20) і (21), дає

$$\tilde{v} = 2 \sqrt{\frac{1}{\theta^4} + \frac{2\theta^2 - 1}{\theta^3 (\theta^2 + 1)^{1.5}} + \frac{\theta^2}{(\theta^2 + 1)^3}}, \quad \tilde{v} = \frac{8\pi \cdot a^2 (\Delta_x^2 + \Delta_y^2)}{Q} v. \quad (22)$$

Напрямок швидкості задається, в свою чергу, за допомогою направляючих косинусів

$$\cos(\tilde{v} \wedge Ox) = \frac{\tilde{v}_x}{\tilde{v}} = \frac{\frac{-\cos \beta + \sin \beta \sqrt{4\theta^2 - 1}}{\theta^3} + \frac{\cos \beta + \sin \beta \sqrt{4\theta^2 - 1}}{(\theta^2 + 1)^{1.5}}}{\sqrt{\frac{1}{\theta^4} + \frac{2\theta^2 - 1}{\theta^3 (\theta^2 + 1)^{1.5}} + \frac{\theta^2}{(\theta^2 + 1)^3}}},$$

$$\cos(\vec{v} \wedge Oy) = \frac{\tilde{v}_y}{\tilde{v}} = \frac{-\sin \beta - \cos \beta \sqrt{4\theta^2 - 1}}{\theta^3} + \frac{\sin \beta - \cos \beta \sqrt{4\theta^2 - 1}}{(\theta^2 + 1)^{1.5}}}{\sqrt{\frac{1}{\theta^4} + \frac{2\theta^2 - 1}{\theta^3(\theta^2 + 1)^{1.5}} + \frac{\theta^2}{(\theta^2 + 1)^3}}}$$

На рис. 2 й 3 представлено результати розрахунків за формулами (19).

Як параметр виступає кут θ , що характеризує зміщення одного джерела вибуху відносно іншого

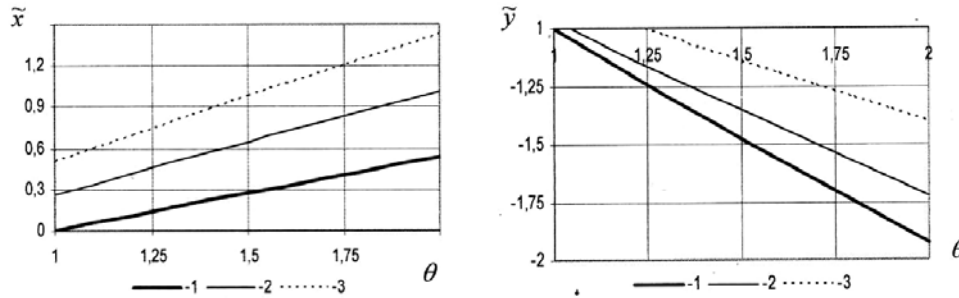


Рис. 2. Залежність координат точки перетину двох хвиль розрідження від часу ($1 - \beta = 30^\circ$, $2 - \beta = 45^\circ$, $3 - \beta = 60^\circ$)

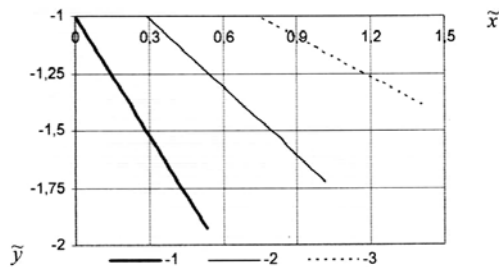


Рис. 3. Траєкторії точки перетину двох хвиль розрідження ($1 - \beta = 30^\circ$, $2 - \beta = 45^\circ$, $3 - \beta = 60^\circ$)

Аналіз графіків, представлених на рис. 3 і 4, показує, що при вибраних кутах зміщення фіктивних джерел точка перетину хвиль розрідження зміщується зі зростанням координат при постійній швидкості.

На рис. 4 представлено результати розрахунків за формулою (22) безрозмірної швидкості руху точки перетину двох хвиль розрідження залежно від часу. Аналіз представленого графіка показує, що при зростанні часу, або по мірі руху по траєкторії, швидкість точки спадає.

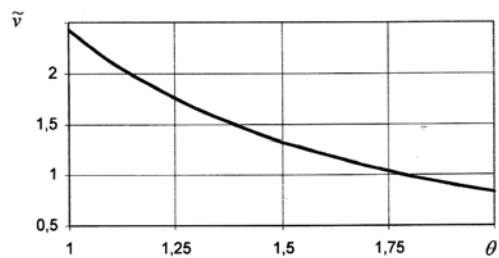


Рис. 4. Зміна швидкості точки перетину двох хвиль розрідження залежно від часу

У випадку, який розглянуто на рис. 3, пряма хвиля від заряду має джерело в точці $M_1(x_1, y_1, 0)$, і її фронт задається рівнянням

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2 = (a \cdot t)^2. \quad (23)$$

Для того, щоб мали місце відображення вибухових хвиль від горизонтальної та похилої поверхонь уступу, повинні виконуватися умови

$$x_1 > H \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad y_1 < \frac{H}{\sin^2 \alpha} - x_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha.$$

Від верхньої горизонтальної поверхні уступу відбивається хвиля, фіктивне джерело якої знаходимо згідно формули (19). У цьому випадку поверхня, відносно якої будується симетрична точка, є площиною і задається рівнянням

$$\pi_1 : y - H = 0.$$

Тоді, згідно загальному рівнянню площини (12), маємо $A=0$, $B=1$, $C=0$, $D=-H$.

Підставляючи ці значення в (15), знаходимо координати симетричної точки, де знаходиться фіктивне джерело хвилі $x'_1 = x_1$, $y'_1 = 2H - y_1$, $z'_1 = 0$.

Хвиля розрідження від цього фіктивного джерела має фронт

$$(x - x_1)^2 + (y - 2H + y_1)^2 + z^2 = (a \cdot t)^2. \quad (24)$$

Від укосу уступу відбивається хвиля, фіктивне джерело якої розташовано у точці, симетричній відносно площини укосу. Якщо площина укосу уступу проходить через вісь Oz , то, враховуючи, що висота уступу дорівнює H і кут нахилу уступу α , рівняння площини укосу набуває вигляду $\pi_2: \sin \alpha \cdot x - \cos \alpha \cdot y = 0$, тобто, згідно (14), $A = \sin \alpha$, $B = -\cos \alpha$, $C = 0$, $D = 0$.

В результаті, враховуючи, що джерело хвилі є в точці $M_1(x_1, y_1, 0)$, маємо, згідно (18), координати симетричної точки $x_1'' = x_1 \cdot \cos 2\alpha + y_1 \cdot \sin 2\alpha$, $y_1'' = x_1 \cdot \sin 2\alpha - y_1 \cdot \cos 2\alpha$, $z_1'' = 0$.

Враховуючи, що фіктивне джерело хвилі знаходиться у точці $M_1''(x_1'', y_1'', 0)$, фронт цієї хвилі задається рівнянням

$$(x - x_1 \cos 2\alpha - y_1 \sin 2\alpha)^2 + (y - x_1 \sin 2\alpha + y_1 \cos 2\alpha)^2 + z^2 = (a \cdot t)^2. \quad (25)$$

Отже, від першого заряду виділені три фронти хвилі: прямий, який задається рівнянням (24) і два – відбиті, що задаються рівняннями (24) і (25).

Враховуючи (24) і (25), знаходимо значення параметрів, які входять у рівняння траєкторії точки перетину фронтів хвиль розрідження (19)

$$\Delta_x = -x_1(1 - \cos 2\alpha) + y_1 \sin 2\alpha, \quad \Delta_y = x_1 \sin 2\alpha + y_1(1 - \cos 2\alpha) - 2H. \quad (26)$$

Згідно (26) маємо

$$\Delta_x^2 + \Delta_y^2 = 4 \cdot ((x_1^2 + y_1^2) \sin^2 \alpha - 2H \sin \alpha \cdot (x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha) + H^2),$$

$$\beta = \arctg \left(\frac{\sin \alpha \cdot (x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha) - H}{\sin \alpha \cdot (-x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha)} \right), \quad \Delta_t = \frac{\sqrt{((x_1^2 + y_1^2) \sin^2 \alpha - 2H \sin \alpha \cdot (x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha) + H^2)}}{a}.$$

Підставлення цих величин в (20)-(22) повністю розв'язує задачу про суперпозицію хвиль розрідження для точкового джерела, зображеного на рис. 2.

Висновки. У випадку лінійного джерела вибуху задача стає більш складною, але, як показують розрахунки, якісна картина суперпозиції вибухових хвиль на достатній відстані від заряду наближається до випадку точкового джерела вибуху. Тому отримані результати значно спрощують моделювання підривання кар'єрних уступів, складених скельними породами, підтверджуючи придатність викладеного підходу з різною інтерпретацією результатів спостережень.

Список літератури

1. **Кутузов Б.Н.** Методы ведения взрывных работ. Часть 1. - М.: Горная книга, 2009. - 471 с.
2. **Перегудов В.В., Жуков С.А.** Пути повышения качества взрывных работ при разрушении горных пород сложной структуры. Монография. - Кривой Рог: Издательский дом, ISBN 966-7388-47-6. 2002. - 305 с.
3. **Кузнецов В.М.** Математические модели взрывного дела. - Новосибирск: Наука, 1977. - 259 с.
4. <http://industry-portal24.ru/razrushenie/2738-udarno-volnovaya-teoriya-vzryvnogo-razrusheniya.html>
5. **Musgrave M.J.P.** Crystal acoustics. Introduction to the study of elastic waves and vibrations in crystals, S.F., 1970.
6. **Бухаров Г.Н., Михайлов Ю.В.** Влияние параметров конструкции заряда на форму взрывного импульса давления продуктов детонации // Геология и разведка. Изв. вузов. - 1969. - №6. - С. 119-123.
7. **Воскобойников И.М., Кирюшкин А.Н., Афанасенко А.Н.** Оценка импульсов детонационных волн во взрывчатых веществах с инертным наполнителем // Взрывное дело. - М.: Недра, 1975. - №75/32. - С. 43-47.
8. **Паршаков Ю.П.** Влияние свойств массива и параметров взрывного импульса на дробящее действие взрыва // Взрывное дело. - М.: Недра, 1984. - №86/43. - С. 15-21.
9. **Суханов А.Ф., Кутузов Б.Н.** Разрушение горных пород взрывом. - М.: Недра, 1983. - 344 с.
10. **Баум Ф.А., Санасарян Н.С.** Влияние условий инициирования ВВ на величину и распределение удельных импульсов взрыва вдоль образующей скважины // Взрывн. дело. - Сб. 59/16. - М.: Недра, 1967. - С. 13-18.

Рукопис подано до редакції 13.03.17

УДК 553.4

В.И. ЧЕПУРНОЙ, Б. Е. ЯЩЕНКО заведующие лабораторией,
А.Н. КОСТЯНСКИЙ, канд. техн. наук, науч. сотр.